Prof. Dr. Pawel Romanczuk 30.11.2016

2. Hausübung zur Quantenmechanik Wintersemester 2016/17

HU-Berlin - Institut für Biologie

Theoretische Biophysik

Raum 502, Raum 518
Björn Goldenbogen, Martin Seeger

Aufgabe 1 *Harmonischer Oszillator (7 P.)*

Beim harmonischen Oszillator lautet die Wellenfunktion des Grundzustandes

$$\psi_0(x) = \left(\frac{1}{\pi x_0^2}\right)^{1/4} \exp\left(-\frac{x^2}{2x_0^2}\right).$$

Die angeregten Zustände konstruiert man mit

$$\psi_n(x) = \frac{a_+}{\sqrt{n}}\psi_{n-1}(x).$$

Dabei ist der Aufsteigeoperator

$$a_+ = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\frac{X}{x_0} - \frac{\mathrm{i}x_0 P}{\hbar}\right).$$

a) Wie lautet x_0? Zeigen Sie, dass es die Dimension einer Länge hat.

b) Schreiben Sie den Aufsteigeoperator in der Ortsdarstellung nieder.

c) Berechnen Sie mit obiger Konstruktionsvorschrift $\psi_1(x)$ und skizzieren Sie den Graphen.

d) Zeigen Sie, dass für alle Wellenfunktionen $H(a_+\psi(x)) = (E + \hbar\omega)(a_+\psi(x))$.

e) Skizzieren Sie qualitativ $\psi_2(x)$, ohne zu rechnen.

f) Vergleichen Sie die Anzahl der Nullstellen von $\psi_n(x)$ beim harmonischen Oszillator mit den entsprechenden Wellenfunktionen beim Teilchen im Kasten.

Aufgabe 2 *Qualitative Quantenmechanik (3 P.)*

Skizzieren Sie typische Lösungen der Schrödingergleichung für folgende Potentiale, sowie die Potentiale selbst. Welche Wellenfunktionen beschreiben gebundene, welche Streuzustände?

a) $V(x) = V_0 \mathrm{e}^{-x^2}$ für $V_0 > E > 0$,

b) $V(x) = V_0 \mathrm{e}^{-x^2}$ für $E > V_0 > 0$,

c) $V(x) = -V_0 \delta(x)$ für $E < 0$, $V_0 > 0$,